

Milano, 10 gennaio 2011

**Giovanni Cerchiari - Rina Lluca**

## **Studio sulla velocità di crociera ottimale per le automobili**

*Quando si è al volante di un'automobile capita di domandarsi: quanto sto consumando? Sarà davvero conveniente risparmiare del tempo mantenendo una velocità più alta?*

*Lo studio seguente si propone di rispondere a queste domande trascurando i costi dovuti alla manutenzione dell'automobile.*

### **Strumenti e metodologie di misura**

Lo studio è stato condotto con una Toyota Yaris a benzina immatricolata nel 2001 di cilindrata 998 cc. Questa autovettura dispone di un sistema di controllo dell'iniezione del carburante che le permette di stimare, automaticamente e nel giro di pochi secondi, il consumo dell'autovettura in movimento espresso in chilometri percorsi per litro di benzina consumato.

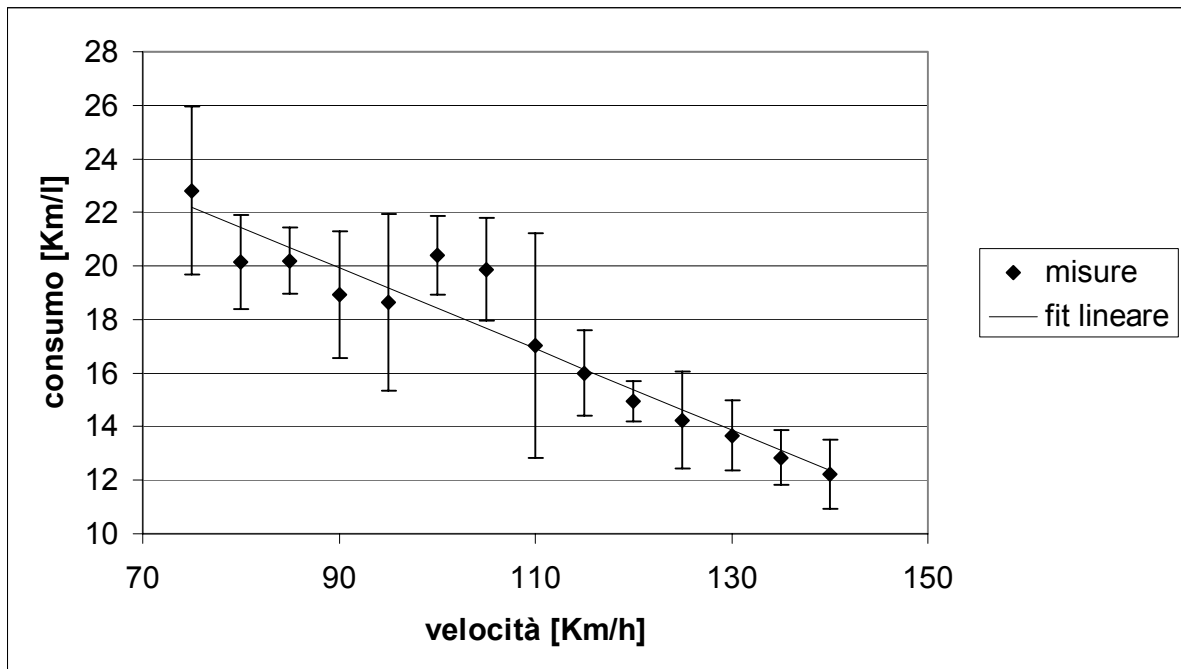
Per acquisire un numero sufficiente di dati sperimentali sono stati selezionati alcuni tratti di strada rettilinei ed in piano sul tratto di autostrada che va da Desenzano fino a Brescia. L'esperimento è stato condotto con asfalto umido, senza pioggia, l' 8 gennaio 2011. La temperatura esterna fornita dal termometro dell'automobile oscillava in quel tratto di strada tra i 7 °C e i 9 °C . L'autovettura montava gomme termiche da neve.

Arrivati lungo un tratto rettilineo e piano la macchina era guidata a velocità costante. Per ogni tratto (e di conseguenza per ogni velocità) sono stati raccolti tra i 5 e i 20 valori del consumo forniti dalla vettura. Le velocità campionate andavano da 75 Km/h a 140 Km/h. Le velocità sono state mantenute con la 5° marcia dell'automobile che a 80 Km/h e a 135 Km/h mantiene rispettivamente a 2500 e a 4200 i giri del motore al minuto.

Si fa notare però che con l'aiuto di un gps è stato possibile scoprire come la velocità segnalata dall'autovettura tende ad essere sistematicamente sovrastimata di circa 5 Km/h. Nell'esperimento tuttavia è stata utilizzata la velocità indicata dall'automobile, in quanto quella veramente letta dal guidatore e probabilmente consistente con il metodo di misura del consumo di carburante.

## I consumi in funzione della velocità

Dai dati sperimentali raccolti è stato possibile ottenere il seguente grafico. Le barre di errore si riferiscono alla deviazione standard dei dati raccolti per ciascuna velocità.



Senza ricercare modelli troppo accurati basti notare che i dati mostrano un andamento lineare nella regione delle misure. Si può quindi approssimare il consumo  $c$  in funzione della velocità  $v$  secondo la relazione

$$c = av + b$$

I coefficienti ricavati sperimentalmente per la Yaris sono pari a

$$\begin{cases} a = (-0.15 \pm 0.01) \text{ h/l} \\ b = (33.5 \pm 1) \text{ Km/l} \end{cases}$$

Il parametro  $a$  stima quanto sia la perdita di efficienza in termini di consumo della macchina all'aumentare della velocità. Più la velocità aumenta più l'attrito dell'aria si oppone al moto della vettura ed è necessario consumare più benzina per vincere la forza di attrito. Data la forma delle macchine in circolazione è presumibile che tale parametro non vari sostanzialmente per le automobili più comuni; escludendo quelle a forme molto squadrate.

Il parametro  $b$  misura invece l'efficienza globale della macchina ed è legato ai consumi medi dell'autovettura. Questo parametro dipenderà molto più strettamente dal tipo di automobile utilizzato.

## Ottimizzazione dei costi di viaggio

**La benzina costa e il tempo è denaro!!!**

Calcoleremo quindi il denaro speso per il carburante e il denaro equivalente al tempo "perso" dai passeggeri durante il transito.

Immagineremo di percorrere un viaggio di lunghezza  $L$  ad una velocità costante  $v$ .

Se  $p$  è il prezzo per litro di benzina il costo totale  $x$  del carburante sarà

$$x = p \frac{L}{c} = p \frac{L}{av + b}$$

Se  $q$  è il costo del tempo per ora sprecata dai passeggeri la perdita di tempo  $y$  misurata in denaro sarà

$$y = q \frac{L}{v}$$

Il costo totale  $E$  del viaggio è quindi

$$E = x + y = L \left( \frac{p}{av + b} + \frac{q}{v} \right)$$

Il costo è ovviamente lineare nella lunghezza totale del viaggio e risulta opportuno ottimizzare il risparmio mantenendo una velocità adeguata calcolabile dalla condizione  $\left. \frac{dE}{dv} \right|_{v=v_0} = 0$ . La velocità  $v_0$  ottimale è

$$v_0 = \frac{b}{|a|} \left( 1 + \sqrt{\frac{p}{|a|q}} \right)^{-1}$$

La velocità ottimale dipende in modo proporzionale da  $b/|a|$  che significa che più la macchina è costruita bene e consuma poco più veloci si può andare.

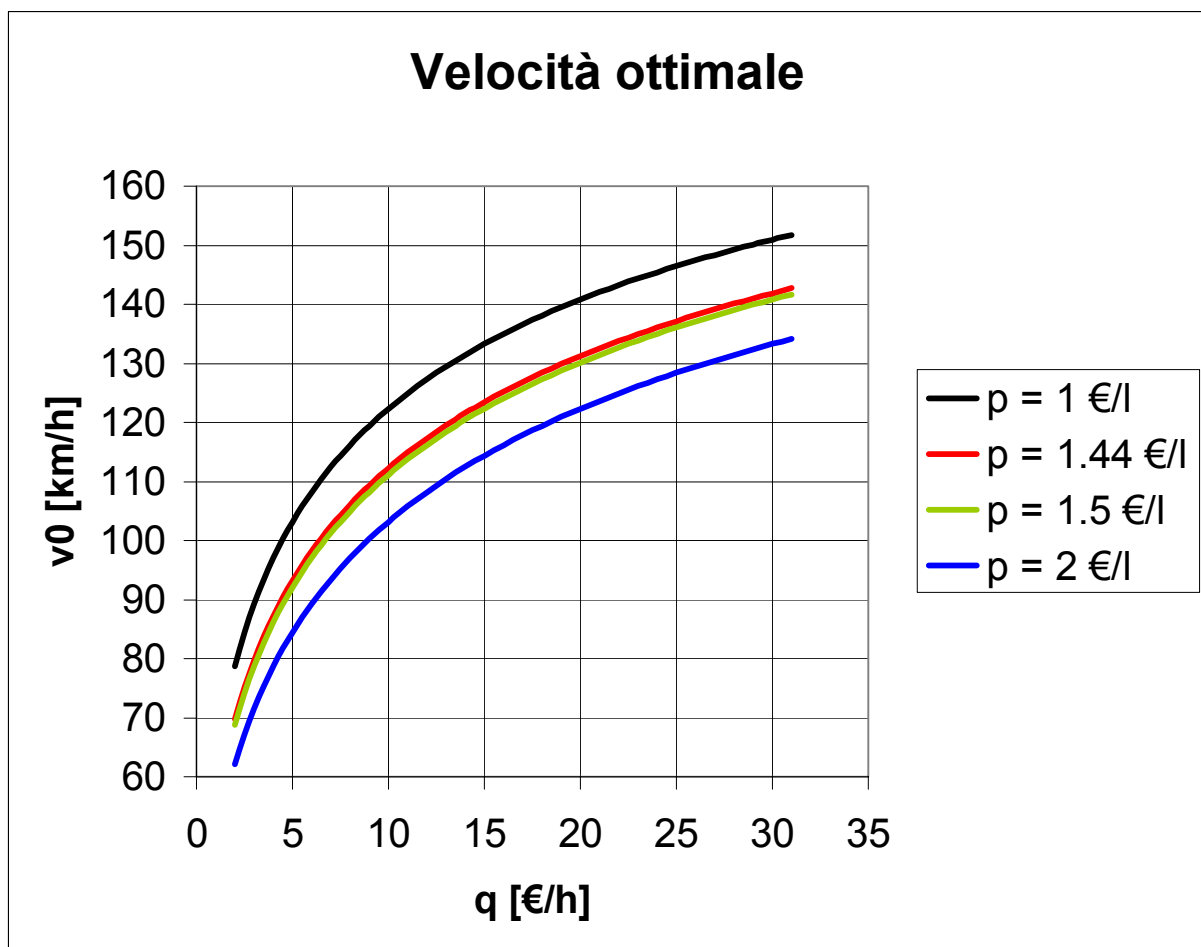
Infine è utile notare che il secondo termine (funzione di  $\frac{p}{|a|q}$ ) dipende dal numero e dal tipo di passeggeri presenti sulla vettura. Infatti ogni passeggero contribuisce ad aumentare  $q$  in funzione del "valore" corrispondente del suo tempo.

## Velocità ottimale nel caso sperimentale analizzato

Riprendendo il paragrafo precedente la velocità ottimale è calcolabile come

$$v_0 = \frac{b}{|a|} \left( 1 + \sqrt{\frac{p}{|a|q}} \right)^{-1}$$

Nel seguente grafico sono rappresentate alcune curve della velocità ottimale  $v_0$  in funzione del valore in denaro  $q$  attribuito ad una ora di tempo dei passeggeri. Per il calcolo delle curve sono stati utilizzati i valori di  $a$  e  $b$  misurati per la Yaris ed è stato fissato il prezzo della benzina  $p$ .



Contestualizziamo il conto in Italia. Un lavoratore in Italia percepisce mediamente uno stipendio medio annuale di 14700 € [1] che riportato ad un'ora è pari a 3.36 €/h. In questo calcolo si sono considerate solo 12 ore utili al giorno escludendo il sonno e i pasti.

Supponiamo che vi siano due passeggeri che viaggiano sulla Yaris, ovvero  $q$  è pari a poco meno di 7 €/h. Con il prezzo della benzina che attualmente è di circa  $p_1 \approx 1.44$  €/l la velocità che sarebbe opportuno mantenessero è di circa 100 Km/h...

## **Conclusioni**

Questo studio vi permetterà di

- mantenere una velocità ottimale risparmiando qualche euro
- godervi il paesaggio (soprattutto se viaggiate da soli)

oppure

- adirarvi per il prezzo della benzina
- tirare calci alla vostra macchina avida di carburante e piena di attriti
- osservare a malincuore la busta paga troppo esigua o i sedili della macchina rimasti vuoti

Tutto senza considerare che più i giri del motore vengono tenuti alti più sarà onerosa la manutenzione...

**CHI GUIDA PIANO VA SANO E VA LONTANO**

## **Bibliografia**

- [1] <http://www.businessonline.it/3/LavoroeFisco/2698/rapporto-italia-eurispes-2010-la-situazione-salariale.html>

## **Ringraziamenti**

Si ringrazia Ugo per aver trapanato gli autori (e non solo loro) con il sospetto che superare gli 80-100 Km/h fosse troppo dispendioso.